Matlab - sesión III

1. Uso de la forma escalonada para hallar una base y unas ecuaciones implícitas de un subespacio.

Dados los subespacios de $\mathbb{R}^4$, $H = \langle (1,2,3,-1), (0,-1,2,-1) \rangle$ y $K \equiv \begin{cases} x - y = 0 \\ 2x + y - z - t = 0 \end{cases}$, hallar una base y unas ecuaciones implícitas de $H + K$.

(1)
```
>> % Obtención de una base de K. Usaremos el comando null.
>> MK=sym([1 -1 0 0;2 1 -1 -1])     % Matriz de coeficientes de las ecuaciones de K.
>> BK=null(MK)'     % Obtención de una base de K de vectores fila.
>> BK=3*BK          % Multiplicamos por 3 para mejorar la lectura. No es necesario hacerlo.
BK=
[ 1, 1, 3, 0]
[ 1, 1, 0, 3]
```

(2)
```
>> % Cálculo efectivo de una base de H + K y de las ecuaciones implícitas.
>> syms x y z t
>> HK=sym([1 2 3 -1;0 -1 2 -1;BK;x y z t])     % Sistema generador de H + K por filas.
>> E1=[1 0 0 0 0;0 1 0 0 0;-1 0 1 0 0;-1 0 0 1 0;-x 0 0 0 1]
>> HK1=E1*HK         % Hacer ceros en la primera columna.
>> E2=[1 0 0 0 0;0 1 0 0 0;0 -1 1 0 0;0 -1 0 1 0;0 -HK1(5,2)/HK1(2,2) 0 0 1]
>> HK2=E2*HK1        % Hacer ceros en la segunda columna.
>> E3=[1 0 0 0 0;0 1 0 0 0;0 0 1 0 0;0 0 -HK2(4,3)/HK2(3,3) 1 0;0 0 -HK2(5,3)/HK2(3,3) 0 1]
>> HK3=E3*HK2        % Hacer ceros en la tercera columna.
HK3 =
[ 1,  2,  3,               -1 ]
[ 0, -1,  2,               -1 ]
[ 0,  0, -2,                2 ]
[ 0,  0,  0,                0 ]
[ 0,  0,  0,   t - 4*x + y + z ]
```

Ejercicios: Resolver todos los apartados del problema 1 de la hoja III del tema 2.

2. Cambio de base de las ecuaciones de un subespacio.

En $\mathbb{R}^4$ consideramos la base $\mathcal{B} = \{(1,0,-1,2), (-2,1,0,-1), (3,-1,1,0), (0,1,-1,2)\}$ y el subespacio H cuyas ecuaciones referidas a la base $\mathcal{B}$ son $\begin{cases} x + 2y + 2z = 0 \\ y + z - t = 0 \end{cases}$. Hallar las ecuaciones implícitas de H referidas a la base canónica.

(1)
```
>> % Cálculo de una base de H con coordenadas en la base B.
>> MH=sym([1 2 2 0;0 1 1 -1])        % Matriz de coeficientes de las ecuaciones de H.
>> Hb=null(MH)'                      % Base de H por filas con coordenadas en la base B.
Hb =
[  0, -1, 1, 0]
[ -2,  1, 0, 1]
```

(2)
```
>> % Cambio de base de los vectores de H. Se hará de golpe, usando la matriz Hb.
>> BtoCa=[1 0 -1 2;-2 1 0 -1;3 -1 1 0;0 1 -1 2]'       % Matriz de cambio B ↦ Can
>> Hc=(BtoCa*Hb')'        % En Hc está la base de H con coordenadas en la canónica.
Hc =
[  5, -2, 1,  1]
[ -4,  2, 1, -3]
```

(3)
```
>> % Construimos la matriz para hallar las ecuaciones implícitas de H en la base canónica.
>> syms x y z t
>> XHc=[Hc;x y z t]
>> % AHORA PROCEDEMOS COMO EN EL CASO ANTERIOR
```

Ejercicios: Resolver, del tema 2, los problemas 9 y 12 de la hoja 3 y el problema 1 de la hoja 4.