Matlab - sesión II

1. La descomposición LU de una matriz.

a) La instrucción `lu`: `[L U]=lu(A)` o bien `[L U]=lu(sym(A))`. El uso `[L U P]=lu(A)` no lo trataremos.

b) Obtención "*manual*". Seguiremos una técnica parecida a la empleada en la descomposición en producto de matrices elementales de una matriz regular. Se ilustra con un ejemplo.

```
>> A=[6 -2 -4 4 2;3 -3 -6 1 -1;12 8 21 -8 0;-6 0 -10 7 2]
>> L1=sym(eye(size(A,1)));U1=sym(A);    % Obsérvese que L1*U1=I*A=A
>> E1=[1 0 0 0;-1/2 1 0 0;-2 0 1 0;1 0 0 1];IE1=[1 0 0 0;1/2 1 0 0;2 0 1 0;-1 0 0 1];
>> L2=L1*IE1;U2=E1*U1;    % Obsérvese que L2*U2=L1*IE1*E1*U1={ IE1*E1=I }=L1*U1=A
>> E2=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 6 1 0;0 -1 0 1];IE2=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 -6 1 0;0 1 0 1];
>> L3=L2*IE2;U3=E2*U2;    % Obsérvese que L3*U3=L2*IE2*E2*U2={ IE2*E2=I }=L2*U2=A
>> E3=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 2 1];IE3=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 -2 1];
>> L=L3*IE3;U=E3*U3;      % Obsérvese que L*U=L3*IE3*E3*U3={ IE3*E3=I }=L3*U3=A
```

Ejercicios: Resolver todos los apartados del problema 3 de la hoja III (tema 1).

2. Variables simbólicas. La declaración `syms` y operaciones con expresiones simbólicas: la instrucción `subs`

a) Las ecuaciones del subespacio $\langle v_1, v_2, \cdots, v_p \rangle$. Ilustramos el proceso con el ejemplo de hallar las ecuaciones paramétricas e implícitas del subespacio $H = \langle (1,2,0,3), (-2,1,-1,0), (-1,3,-1,3) \rangle$.

Nota: aunque puede suprimirse el último vector (es suma de los dos primeros), no lo haremos.

```
>> syms a b c x y z t                  % Creamos las variables simbólicas antes de usarlas
>> Xh=[x;y;z;t];Sp=a*[1;2;0;3]+b*[-2;1;-1;0]+c*[-1;3;-1;3];
>> EcPa=Xh-Sp                         % EcPa= 0⃗ serían las ecuaciones paramétricas
>> EcImpl_1=subs(EcPa,c,t/3-a)         % Eliminamos el parámetro c
>> EcImpl=subs(EcImpl_1,b,a-t/3-z)     % Eliminamos el parámetro b ... y ¡también a!
```

Comprobar que las ecuaciones halladas son correctas.

```
>> H=[1 2 0 3;-2 1 -1 0;-1 3 -1 3];    % La matriz de los vectores que generan H
>> C1=subs(EcImpl,[x y z t],[1 0 0 0]);C2=subs(EcImpl,[x y z t],[0 1 0 0]);
>> C3=subs(EcImpl,[x y z t],[0 0 1 0]);C4=subs(EcImpl,[x y z t],[0 0 0 1]);
>> MEc=[C1 C2 C3 C4]'                  % Matriz de coeficientes de las ec.implíctas
>> H*MEc                               % ¿Cuál se supone que debe ser el resultado?
```

b) Las instrucciones `colspace(sym(A))` y `null(A)`.

(1) Obtener una base de H usando la instrucción `colspace`.

(2) Las filas de H son los coeficientes de las ecuaciones implícitas de `null(H)`.

```
>> H=[1 2 0 3;-2 1 -1 0;-1 3 -1 3];K=null(sym(H));
>> H*K    % ¿Cuál es el resultado?
```

(3) Obtener las ecuaciones implícitas de H usando la instrucción `null`.

(4) ¿Qué hacer para obtener (rápidamente) una base de H si conocemos sus ecuaciones implícitas?
Indicación: usar inteligentemente la instrucción `null`.

(5) ¿Cómo saber (rápidamente y sin usar los resultados anteriores) si $(1,1,1,3) \in H$?

Ejercicios: Problemas 1, 5 y 6 de la hoja III (tema 2)

3. Dadas $\mathcal{B}_1 = \{(1,1,1), (1,1,0), (1,0,0)\}$ y $\mathcal{B}_2 = \{(2,1,0), (0,-1,3), (2,0,-1)\}$, hallar las matrices del cambio de base de $\mathcal{B}_1$ a $\mathcal{B}_2$ y de $\mathcal{B}_2$ a $\mathcal{B}_1$. Seguiremos el camino "*fácil*":

```
>> B1aC=[1 1 1;1 1 0;1 0 0]';CaB1=inv(sym(B1C))      % B1aC cambia de B1->Can. y CaB1 de Can.->B1
>> B2aC=[2 1 0;0 -1 3;2 0 -1]';CaB2=inv(sym(B2C))    % B2aC cambia de B2->Can. y CaB2 de Can.->B2
>> B1aB2=CaB2*B1aC
>> B2aB1=CaB1*B2aC
```

Ejercicios: Problema 7 de la hoja IV (tema 2) y problemas 9 y 12 de la hoja III (tema 2)